Universidad Simón Bolívar
Departamento de Física

Física 1 (FS-1111)
3^{er} Examen Parcial 40 %
Enero-Marzo 2010

Instrucciones:

- Cada respuesta incorrecta resta 1 pto de la calificación final.
- Utilice el valor numérico de la aceleración de la gravedad como $||\vec{\mathbf{g}}|| = 10\, m/seg^2$

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

Selección Simple//Cada pregunta tiene un valor de 2 ptos

1. Una partícula se mueve sobre el eje x bajo la acción de una fuerza. Se muestra un gráfico de la energía potencial correspondiente en función de la posición. Si la partícula se lanza desde el punto A de tal forma que su energía cinética es $4\, J$, el mayor valor de x que puede alcanzar la partícula es:

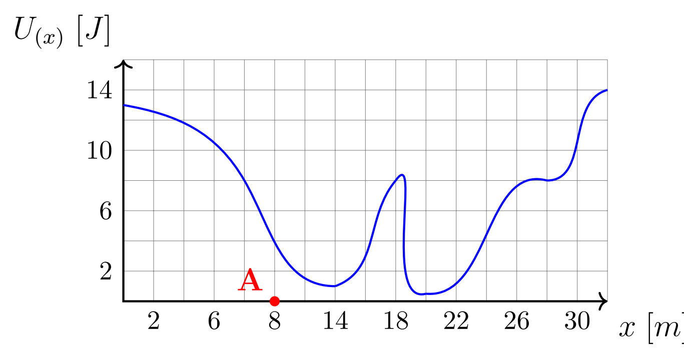
   a) $14\, m$.

   b) $18\, m$.

   c) $20\, m$.

   d) $28\, m$.

   e) $30\, m$.



2. En la figura dos bloques de masa m y M, $M > m$, están inicialmente en reposo y m está a una altura h; m se suelta y desliza sobre la pista hasta que choca inelásticamente con M. Justo después de la colisión m permanece en roposo. No hay fricción en la pista. Luego de este choque, la altura máxima a la cual sube M es:

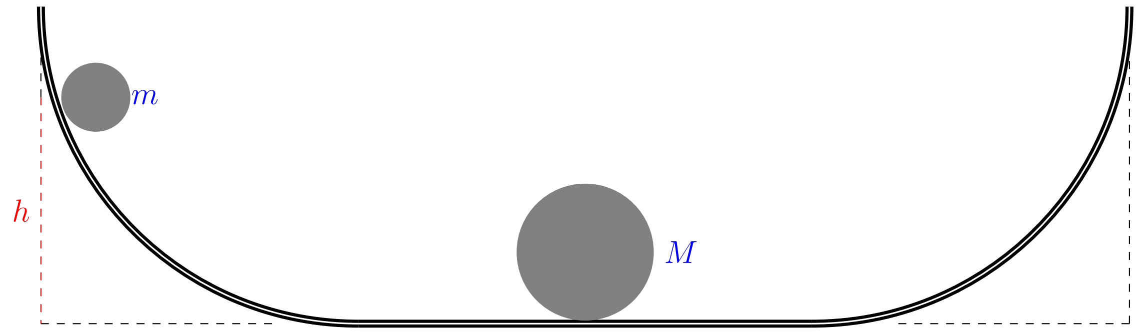
   a) $< h$.

   b) $= h$.

   c) $< h$.

   d) no se puede establecer ninguna de las relaciones.

   e) M también permanecerá en reposo, ya que la colisión es inelástica.



3. Una masa oscila al extremo de un resorte. Podemos afirmar que

   a) en las posiciones extremas del movimiento, la magnitud de la velocidad y la magnitud de la aceleración son cero.

   b) en la posición de equilibrio la magnitud de la velocidad y la magnitud de la aceleración son máximas.

   c) en las posiciones extremas del movimiento, la magnitud de la velocidades es cero y la magnitud de la aceleración es distinta a cero.

   d) en la posición de equilibrio la magnitud de la velocidad y la magnitud de la aceleración son distintas de cero.

   e) en la posición de equilibrio la magnitud de la velocidad y la magnitud de la aceleración son iguales a cero.

4. Una partícula de $2\,kg$ de masa tiene una velocidad dada por $\vec{\mathbf{v}} = (t^3 + 1)\hat{\mathbf{j}}$ donde t es el tiempo y todas las unidades pertenecen al S.I. El trabajo, en Joules, realizado por la fuerza sobre la partícula entre $t = 0$ y $t = 1$ es:

   a) 1.

   b) 3.

   c) 9.

   d) no es posible calcularlo con los datos suministrados.

   e) no es ninguno de los anteriores.

5. Un sistema masa-resorte de masa M oscila con un periodo τ y una amplitud A. La fuerza máxima, F_{max}, que el resorte le aplica a la partícula es:

   a) $F_{max} = 4\pi^2 \dfrac{AM}{\tau^2}$.

   b) $F_{max} = \dfrac{AM}{\tau^2}$.

   c) $F_{max} = 2\pi \dfrac{AM}{\tau^2}$.

   d) no es posible calcularla con los datos suministrados.

   e) no es ninguna de las anteriores.

6. Una partícula se mueve en forma unidimensional bajo la acción de una fuerza dad por $F = -cx^3$, donde c es una constante positiva. Si la partícula se suelta desde el reposo en un punto $x=0$, podemos afirmar que la partícula

   a) permanercerá en reposo.

   b) se alejará cada vez más de $x=0$.

   c) realizará oscilaciones en torno a $x=0$.

   d) realizará un movimiento armónico simple en torno a $x=0$.

   e) llegará a $x=0$ y permanecerá en reposo allí.

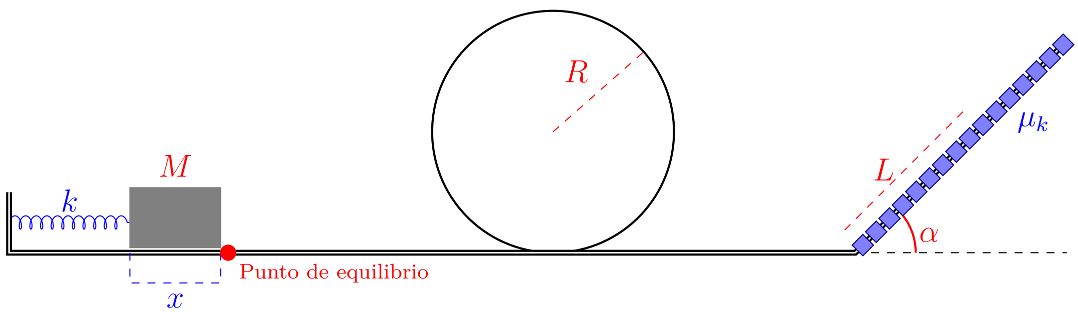
Desarrollo

1. La figura muestra una partícula de masa M que está inicialmente en reposo y es impulsada por un resorte de constante elástica k que está comprimido una distancia x. La pista tiene un riso circular de radio R y sólo es rugosa en el plano inclinado. El plano inclinado tiene una inclinación α y su coeficiente de roce dinámico con la partícula es μ_k. Llamaremos L a la distancia sobre el plano inclinado que recorre la partícula antes de detenerse.

   a) Halle el trabajo realizado por el roce en función de L y de los datos del problema (3 ptos).

   b) Encuentre el valor de L (5 ptos).

   c) Determine el máximo valor que puede tener el radio R del rizo de modo que la partícula complete una vuelta (6 ptos).

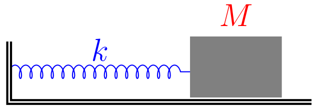


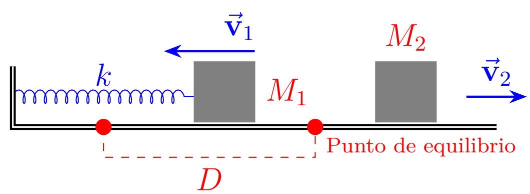
2. Un bloque de masa $M = 6\ kg$ está en reposo, descansa sobre una superficie horizontal sin roce y está atado a un resorte de constante elástica $k = 8\ N/m$ (la figura de la izquierda). En el instante $t = 0\ seg$, el bloque estalla en dos pedazos. Un pedazo de masa $M_1 = 4\ kg$ queda atado al resorte y se mueve de tal modo que el tramo que recorre durante sus oscilaciones es de longitud $D = (2/5)\ m$ (figura de la derecha).

   a) Determine la frecuencia angular de las oscilaciones, su amplitud y la rapidez máxima de M_1 (4 ptos).

   b) Tomaremos el origen en el punto de equilibrio del resorte y llamaremos $x_{(t)}$ a la posición de M_1 en función del tiempo para $t \geq 0$. Diga cuánto valen $x_{(0)}$ y $\dot{x}_{(0)}$ (2 ptos), y halle $x_{(t)}$ (4 ptos).

   c) Determine v_2 (3 ptos).



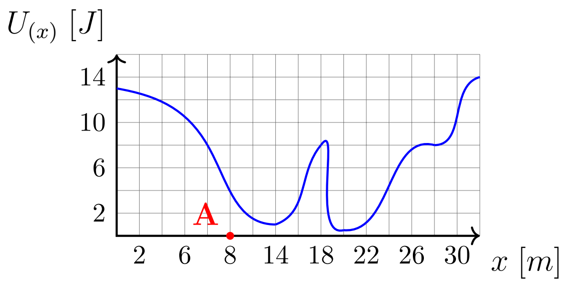


SOLUCIÓN

Selección Simple//Ejercicio 1

Una partícula se mueve sobre el eje x bajo la acción de una fuerza. Se muestra un gráfico de la energía potencial correspondiente en función de la posición. Si la partícula se lanza desde el punto A de tal forma que su energía cinética es $4\ J$, el mayor valor de x que puede alcanzar la partícula es:

d) $28\,m$.

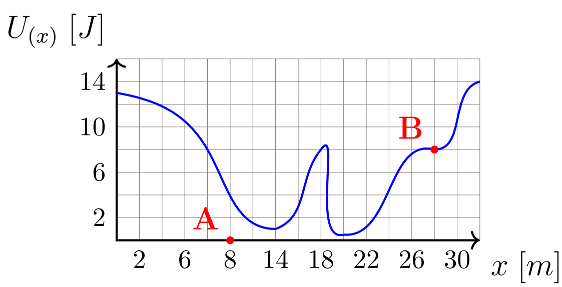


Si queremos saber la máxima distancia x_{max} que puede alcanzar la partícula, necesitamos conocer el punto donde la su rapidez se anula; este punto en particular es cuando alcanza su máxima energía potencial U_{max}. Como tenemos un gráfico de $U-x$, basta con conocer U_{max} para conocer x_{max}.

Para calcular U_{max}, aplicamos conservación de energía (como no nos dicen lo contrario, podemos suponer que no hay fuerzas disipativas) pues sabemos que, cuando $x = 8\,m$ (punto **A**), $K_A = 4\ J$ y $U_A = 4\ J$. Así, la energía E es

$$E_A = K_A + U_A = 4\ J + 4\ J = 8\ J$$

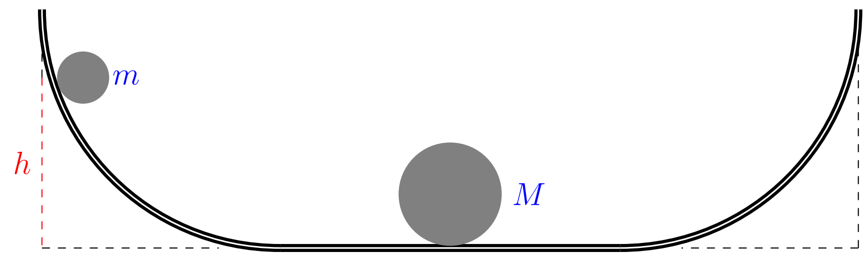
Llamamos el punto **B** aquel donde se alcanza U_{max}. Como se conserva la energía, $E_A = E_B$; por lo tanto, $E_B = U_{max} = 8\ J$. Observamos el gráfico para conocer x_{max}.



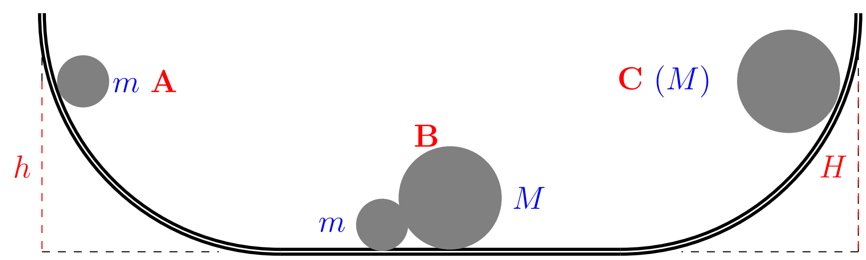
Concluimos entonces que $\boxed{x_{max} = 28\,m}$.

Selección Simple//Ejercicio 2

> En la figura dos bloques de masa m y M, $M > m$, están inicialmente en reposo y m está a una altura h; m se suelta y desliza sobre la pista hasta que choca inelásticamente con M. Justo después de la colisión m permanece en roposo. No hay fricción en la pista. Luego de este choque, la altura máxima a la cual sube M es:
>
> *a)* $< h$.



Para resolver el ejercicio, consideraremos tres instantes: **A** la masa m está en reposo a una altura h, **B** la masa m choca inelásticamente con M y **C** donde M termina en reposo a una altura H que queremos a calcular y m se mantiene en reposo a la altura del suelo.



A–B: Sea $\vec{\mathbf{v}}$ la velocidad que adquiere m al descender la altura h, en especial, justo en el momento que choca con M; procedemos a calcularla aplicando conservación de la energía mecánica en ambos puntos.

$$\Delta E = 0 \Longrightarrow E_A = E_B \Longrightarrow U_A + \cancel{K_A} = \cancel{U_B} + K_B$$

$$\frac{mv^2}{2} = mgh \Longrightarrow v = \sqrt{2gh}$$

Con la rapidez v con la que m choca con M, podemos determinar la rapidez u con la que ambos bloques se desplazan después de la colisión. Aplicamos conservación del momentum lineal (como tienen la misma dirección podemos prescindir de la notación vectorial y trabajar con escalares). Dado que el choque es inelástico, no perfectamente inelástico, ambas partículas tienen velocidad después del choque. Sin embargo, la masa m se mantiene en reposo, entonces:

$$\vec{\mathbf{p}}_o = \vec{\mathbf{p}}_f \Longrightarrow m\vec{\mathbf{v}} = M\vec{\mathbf{u}} \Longrightarrow mv = Mu \Longrightarrow u = \frac{m}{M}\sqrt{2gh}$$

B–C: Nuevamente, aplicamos conservación de la energía.

$$\Delta E = 0 \Longrightarrow E_B = E_C \Longrightarrow U_C + \cancel{K_C} = \cancel{U_B} + K_B$$
$$\frac{Mu^2}{2} = MgH \Longrightarrow H = \left(\frac{m}{M}\right)^2 h$$

Para saber la relación entre H y h, estudiamos la razón H/h: si $H/h > 1$, entonces $H > h$; y si $H/h < 1$, entonces $H < h$.

$$H = \left(\frac{m}{M}\right)^2 h \Longrightarrow \frac{H}{h} = \left(\frac{m}{M}\right)^2$$

Partimos de lo único que sabemos, $M > m$.

$$M > m \Longrightarrow 1 > \frac{m}{M} \Longrightarrow \left(\frac{m}{M}\right)^2 < 1$$

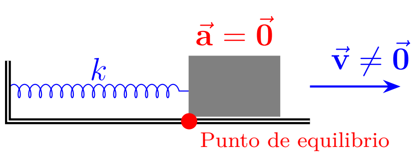
Hemos obtenido que $\frac{H}{h} = \left(\frac{m}{M}\right)^2 < 1$. Podemos asegurar entonces que $\boxed{h > H}$.

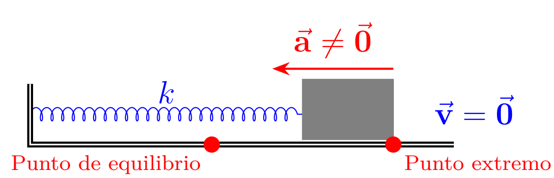
Selección Simple//Ejercicio 3

Una masa oscila al extremo de un resorte. Podemos afirmar que

c) en las posiciones extremas del movimiento, la magnitud de la velocidades es cero y la magnitud de la aceleración es distinta a cero.

Sabemos que la velocidad implica desplazamiento y va en la dirección de éste. Para todo oscilador, en especial el oscilador masa-resorte, en los puntos extremos, la partícula se devuelve en dirección al punto de equilibrio: para que esto ocurra su velocidad debe anularse en tales puntos. Ahora, la única manera de que se anule la velocidad de una partícula es que exista una aceleración; en este caso, la aceleración máxima que se alcanza en los puntos extremos es la encargada de anular la velocidad y *empujar* a la partícula en dirección del punto de equilibrio.





Selección Simple//Ejercicio 4

> Una partícula de 2 kg de masa tiene una velocidad dada por $\vec{\mathbf{v}} = (t^3 + 1)\hat{\mathbf{j}}$ donde t es el tiempo y todas las unidades pertenecen al S.I. El trabajo, en Joules, realizado por la fuerza sobre la partícula entre $t = 0$ y $t = 1$ es:
>
> *b)* 3.

Sabemos que el trabajo W realizado por una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ sobre una partícula a lo largo de una trayectoria C, está definido como $W := \int_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$ siendo $d\vec{\mathbf{r}}$ el diferencial de desplazamiento de la partícula. Conocemos la velocidad de la partícula, podemos determinar $\vec{\mathbf{F}}$ y $d\vec{\mathbf{r}}$, tal que calculemos el trabajo.

Para hallar la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$, aplicamos la segunda ley de Newton.

$$\vec{\mathbf{F}} = \frac{d}{dt}\vec{\mathbf{p}} = \frac{d}{dt}(m\vec{\mathbf{v}}) = m\frac{d}{dt}(t^3 + 1)\hat{\mathbf{j}} = (3mt^2)\ N\ \hat{\mathbf{j}}$$

Para hallar el diferencial de desplazamiento $d\vec{\mathbf{r}}$, aplicamos la definición de velocidad.

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt}\vec{\mathbf{r}} \Longrightarrow d\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{v}}dt = (t^3 + 1)dt\ m\ \hat{\mathbf{j}}$$

Calculamos entonces el trabajo W.

$$W = \int_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_0^1 [(3mt^2)\ N\ \hat{\mathbf{j}}] \cdot [(t^3 + 1)dt\ m\ \hat{\mathbf{j}}] = 3m \int_0^1 t^2(t^3 + 1)dt$$

$$W = 3m \left[\frac{t^6}{6} - \frac{t^3}{3}\right]_0^1\ J = 3(2)\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)\ J \Longrightarrow \boxed{W = 3\ J}$$

Selección Simple//Ejercicio 5

> Un sistema masa-resorte de masa M oscila con un periodo τ y una amplitud A. La fuerza máxima, F_{max}, que el resorte le aplica a la partícula es:
>
> *a)* $F_{max} = 4\pi^2 \dfrac{AM}{\tau^2}$.

La fuerza máxima, F_{max}, realizada por el resorte es aquella que produce la aceleración máxima a_{max}. Como estamos estudiando un oscilador masa-resorte, sabemos que $a_{max} = A\omega^2$ con A la amplitud de las oscilaciones y ω la frecuencia angular de oscilaciones. Basta con calcular a_{max} para tener el valor de F_{max}.

Nuevamente, como el osciladores es del tipo masa-resorte, sabemos que el periodo τ cumple la ecuación $\tau = \dfrac{2\pi}{\omega}$. Entonces,

$$a_{max} = A\omega^2 = A\frac{4\pi^2}{\tau^2} \Longrightarrow \boxed{F_{max} = Ma_{max} = 4\pi^2\frac{AM}{\tau^2}}$$

Selección Simple//Ejercicio 6

Una partícula se mueve en forma unidimensional bajo la acción de una fuerza dad por $F = -cx^3$, donde c es una constante positiva. Si la partícula se suelta desde el reposo en un punto $x = 0$, podemos afirmar que la partícula

a) permanercerá en reposo.

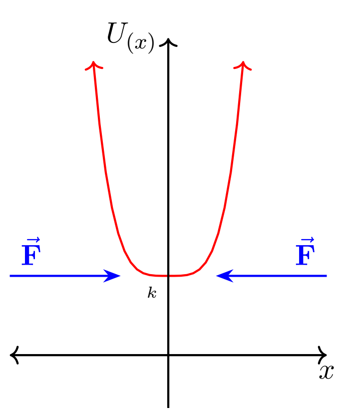
Para determinar que sucede con la partícula, debemos estudiar su energía, en especial su energía potencial. Aplicamos la definición de trabajo $\eth W = \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$ y la definición de energía potencial $\eth W = -dU$ (cabe destacar que se utiliza la notación $\eth W$ para representar un trabajo infinitesimal, no es un diferencial puesto que el trabajo no es una función).

$$\eth W = \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}},\ \eth W = -dU \Longrightarrow -dU = \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$$

Como $F = -cx^3$, tomamos $d\vec{\mathbf{r}} = dx$ y integramos indefinidamente (al integrar de esta manera, debemos considerar la constante k de la antiderivada).

$$-dU = \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = -cx^3 dx \Longrightarrow \int dU = \int cx^3 dx \Longrightarrow U = \frac{cx^4}{4} + k$$

Graficamos ahora $U_{(x)} = \dfrac{cx^4}{4} + k$ y estudiemos el comportamiento de una partícula que manifieste tal función de energía.

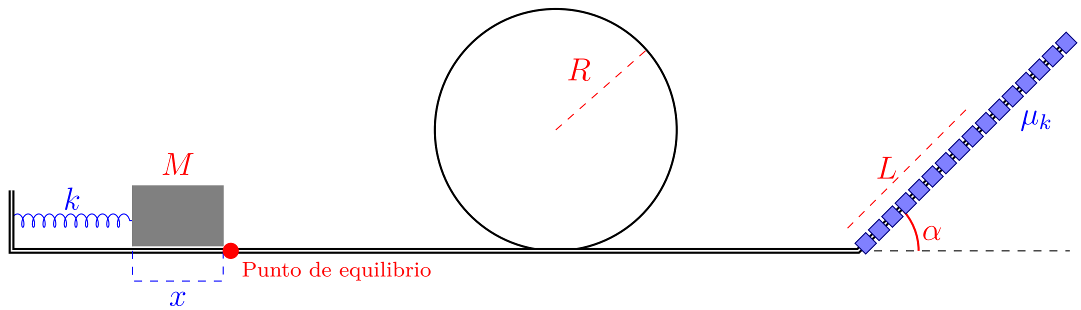


Podemos observar que $U_{(x)}$ tiene un mínimo absoluto en $x = 0$ y un valor mínimo absoluto $U_{(0)} = k$. Por otro lado, la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ siempre tiene signo opuesto a la derivada de $U_{(x)}$, tal que toma las direcciones mostradas en la gráfica (también podemos deducir eso evaluando signos de $\vec{\mathbf{F}}$). De esta manera, si se sitúa una partícula en un punto $x \neq 0$, la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ se encargará de dirigir a la partícula al mínimo $x = 0$ que corresponde al punto de menor energía (toda partícula tiende a establecerse en condiciones de menor energía).

Por lo tanto, si soltamos la partícula en $x = 0$ desde el reposo, ésta ya está en su punto de menor energía; tal que se mantendrá en reposo en ese punto. Otra forma de verlo es que la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ no permitirá que se desplace fuera de ese punto.

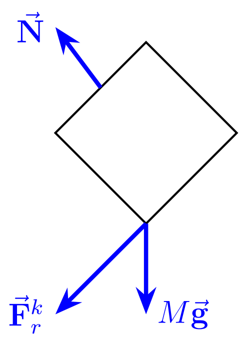
Desarrollo//Ejercicio 1

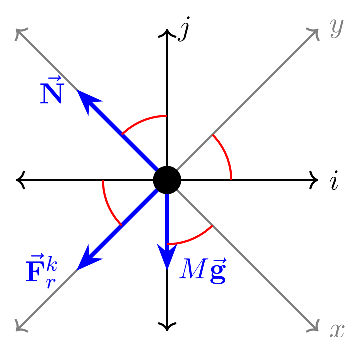
La figura muestra una partícula de masa M que está inicialmente en reposo y es impulsada por un resorte de constante elástica k que está comprimido una distancia x. La pista tiene un riso circular de radio R y sólo es rugosa en el plano inclinado. El plano inclinado tiene una inclinación α y su coeficiente de roce dinámico con la partícula es μ_k. Llamaremos L a la distancia sobre el plano inclinado que recorre la partícula antes de detenerse.



a) Halle el trabajo realizado por el roce en función de L y de los datos del problema (3 ptos).

Estudiamos la dinámica del bloque cuando está situado sobre el plano inclinado. Consideramos dos referencias: el inclinado $\hat{\mathbf{x}}-\hat{\mathbf{y}}$ y el genérico $\hat{\mathbf{i}}-\hat{\mathbf{j}}$





Aplicamos la definición del módulo de la fuerza de roce dinámica $||\vec{\mathbf{F}}_r^k|| = ||N||\mu_k$.

$$||\vec{\mathbf{F}}_r^k|| = ||N||\mu_k = mg\cos\alpha\mu_k$$

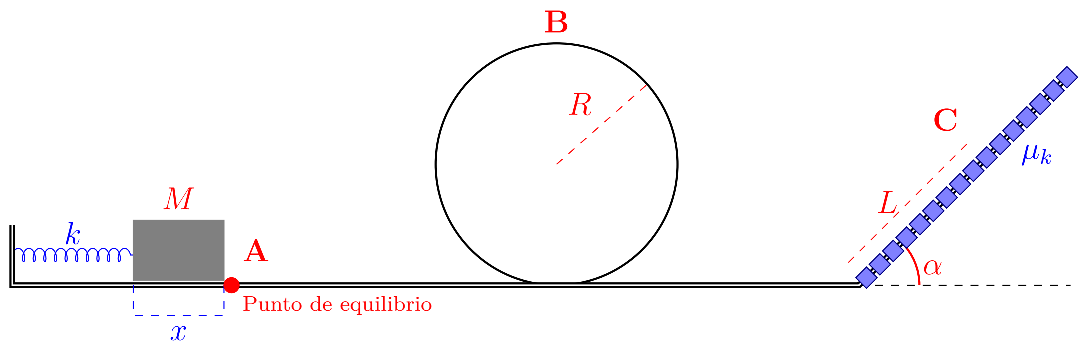
Calculamos entonces el trabajo que realiza la fuerza de roce en función de L (lo consideraremos una variable por el momento).

$$W(\vec{\mathbf{F}}_r^k) = \vec{\mathbf{F}}_r^k \cdot d\vec{\mathbf{r}} = (-mg\cos\alpha\mu_k\hat{\mathbf{y}}) \cdot (L\hat{\mathbf{y}}) \Longrightarrow \boxed{W(\vec{\mathbf{F}}_r^k)_{(L)} = -mgL\cos\alpha\mu_k}$$

b) Encuentre el valor de L (5 ptos).

c) Determine el máximo valor que puede tener el radio R del rizo de modo que la partícula complete una vuelta (6 ptos).

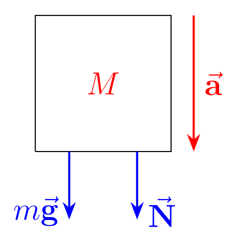
Para responder estas dos preguntas, comparemos tres instantes: **A** la masa está en reposo al nivel del suelo y el resorte está comprimido en una distancia x de su punto de equilibrio; **B** la masa está en la parte más alta del rizo circular, a una altura $2R$ del piso y con una velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ que le permite continuar su trayecto; y **C** la partícula está en reposo después de desplazarse una distancia L del plano inclino y está a una altura h.



A–B: Aplicamos conservación de la energía mecánica y calculamos la rapidez $||\vec{\mathbf{v}}|| = v$. Llamamos U^g a la energía potencial gravitacional y U^k a la energía potencial debido a la compresión del resorte.

$$E_A = E_B \Longrightarrow \cancel{K_A} + \cancel{U^g_A} + U^k_A = K_B + U^g_B + \cancel{U^k_B} \Longrightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mg(2R)$$

Tenemos dos incógnitas, v y R, y una sola ecuación. Para calcular ambos valores, necesitamos otra ecuación: ésta viene dada por la condición de que la masa continua su trayecto al pasar por **B**. Estudiamos la dinámica de la masa en el punto **B** para establecer la condición.



Tenemos entonces que $\vec{\mathbf{N}} + m\vec{\mathbf{g}} = m\vec{\mathbf{a}}$ con $||\vec{\mathbf{a}}|| = v^2/R$ porque la rapidez es constante. Para que el bloque continúe su trayecto, la normal debe anularse.

$$N + mg = \frac{mv^2}{R} \Longrightarrow N = \frac{mv^2}{R} - mg$$

$$N = 0 \Longleftrightarrow \frac{v^2}{R} = mg \Longleftrightarrow v^2 = gR$$

De esta manera, obtenemos un sistema de ecuaciones cuya solución es

$$\begin{cases} v^2 = gR \\ \dfrac{kx^2}{2} = \dfrac{mv^2}{2} + mg(2R) \end{cases} \Longrightarrow v^2 = \frac{kx^2}{5mg}, \ \underbrace{\boxed{R = \frac{kx^2}{5mg}}}_{\textit{Pregunta b)}}$$

B–C: Aplicamos el teorema de trabajo-energía y calculamos la distancia L.

$$W(\vec{\mathbf{F}}_r^k) = \Delta K + \Delta U = (\cancel{K_C} - K_B) + (U_C^g + \cancel{U_C^k} - U_B^g - \cancel{U_B^k})$$

$$-mgL\cos\alpha\mu_k = \frac{mv^2}{2} + mgh - mg(2R)$$

Por la geometría del sistema, podemos deducir que $h = L\sin\alpha$, además conocemos que $v^2 = \dfrac{kx^2}{5mg}$ y $R = \dfrac{kx^2}{5mg}$. Calculamos finalmente L

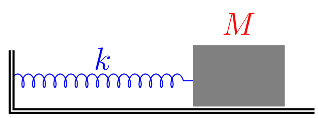
$$-mgL\cos\alpha\mu_k = \left(\frac{m}{2}\right)\left(\frac{kx^2}{5mg}\right) + mgL\sin\alpha - 2mg\left(\frac{kx^2}{5mg}\right)$$

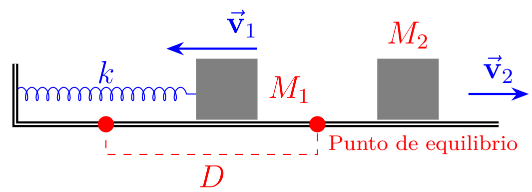
$$\therefore \underbrace{\boxed{L = \frac{kx^2}{2mg(\sin\alpha + \mu_k\cos\alpha)}}}_{\textit{Pregunta c)}}$$

Es importante acotar que el valor calculado de L es el máximo que puede alcanzar la masa puesto que fue obtenido a partir de valor máximo de R.

Desarrollo//Ejercicio 2

Un bloque de masa $M = 6\,kg$ está en reposo, descansa sobre una superficie horizontal sin roce y está atado a un resorte de constante elástica $k = 8\,N/m$ (la figura de la izquierda). En el instante $t = 0\,seg$, el bloque estalla en dos pedazos. Un pedazo de masa $M_1 = 4\,kg$ queda atado al resorte y se mueve de tal modo que el tramo que recorre durante sus oscilaciones es de longitud $D = (2/5)\,m$ (figura de la derecha).





a) Determine la frecuencia angular de las oscilaciones, su amplitud y la rapidez máxima de M_1 (4 ptos).

Frencuencia angular: Sabemos que un oscilador masa-resorte cumple con la siguiente ecuación diferencial de movimiento armónico simple, ecuación de la cual podemos deducir la frecuencia angular de oscilaciones ω

$$\frac{d^2}{dt^2}x + \frac{k}{M_1}x = 0 \Longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{M_1}}$$

Sustituimos los valores de k es M_1.

$$\omega = \sqrt{\frac{8\,N/m}{4\,kg}} \Longrightarrow \boxed{\omega = 2\,rad/seg}$$

Amplitud: El enunciado nos dice que *se mueve de tal modo que el tramo que recorre durante sus oscilaciones es de longitud* $D = (2/5)\,m$, por lo tanto podemos asegurar que la amplitud, A, es $\boxed{A = D = (2/5)\,m}$.

Rapidez máxima de M_1: Sea v_{max} esa rapidez máxima, como el sistema es un oscilador masa-resorte, sabemos que

$$v_{max} = A\omega = \left(\frac{2}{5}\,m\right)(2\,rad/seg) \Longrightarrow \boxed{v_{max} = 0{,}8\,m/seg}$$

b) Tomaremos el origen en el punto de equilibrio del resorte y llamaremos $x_{(t)}$ a la posición de M_1 en función del tiempo para $t \geq 0$. Diga cuánto valen $x_{(0)}$ y $\dot{x}_{(0)}$ (2 ptos), y halle $x_{(t)}$ (4 ptos).

Si tomamos el origen en la posición de equilibrio y tomamos el tiempo $t = 0$ también en ese punto, podemos asegurar rápidamente que $\boxed{x_{(0)} = 0\,m}$. Por otro lado, la rapidez $\dot{x}_{(0)}$ no es más que la rapidez máxima que alcanza M_1; es decir que $\boxed{\dot{x}_{(0)} = v_{max} = 0{,}8\ m/seg}$.

Ahora, si consideramos $x_{(t)} = A\sin(\omega t + \varphi)$ con φ la fase inicial del movimiento, como tenemos los valores A y ω, sólo necesitamos calcular la fase inicial para tener $x_{(t)}$. Para calcular φ, partimos de los valores $x_{(0)}$ y $\dot{x}_{(0)}$.

$$\begin{aligned} x_{(t)} &= A\sin(\omega t + \varphi) &\implies& \quad x_{(0)} = 0 \iff \sin(\varphi) = 0 \iff \varphi = 0 \ \vee \ \varphi = \pi \\ \dot{x}_{(t)} &= A\omega\cos(\omega t + \varphi) &\implies& \quad \dot{x}_{(0)} = A\omega \iff \cos(\varphi) = 1 \iff \varphi = 0 \ \vee \ \varphi = 2\pi \end{aligned}$$

Como se deben cumplir ambas condiciones, φ debe ser 0. Así, la posición respecto al tiempo es $\boxed{x_{(t)} = 0{,}4\sin[(2\ rad/seg)t]\ m}$.

c) Determine v_2 (3 ptos).

Sea $\vec{\mathbf{v}}_1$ la velocidad de M_1 justo al separarse de M_2, como en ese momento estaba en el punto de equilibrio, su rapidez es v_{max}. Por otro lado, como no hay fuerzas externas actuando en el sistema $M_1 - M_2$ en el instante en que se separan, podemos aplicar conservación del momentum lineal en ese instante. En el instante inicial, la masa M está en reposo; luego de estallar, se divide en las masas M_1 y $M_2 = M - M_1$ (por la ley de conservación de la masa) cada una con sus respectivas velocidades opuestas $\vec{\mathbf{v}}_1$ y $\vec{\mathbf{v}}_2$. Calculamos entonces v_2.

$$\vec{\mathbf{p}}_o = \vec{\mathbf{p}}_f \implies \vec{\mathbf{0}} = M_1\vec{\mathbf{v}}_1 + (M - M_1)\vec{\mathbf{v}}_2 \implies (M - M_1)v_2 - M_1 v_{max} = 0$$

$$v_2 = \left(\frac{M_1}{M - M_1}\right) v_{max} = \left(\frac{4\ kg}{6\ kg - 4\ kg}\right)(0{,}8\ m/seg) \implies \boxed{v_2 = 1{,}6\ m/seg}$$

Nota: Este parcial fue resuelto y digitalizado por Asxel Ramirez para GECOUSB.

Asxel Ramirez
18-10322
Lic. Química
Twitter: @asx.0088

gecousb.com.ve
Twitter: @gecousb
Instagram: gecousb

Se agradece notificar cualquier error de tipeo o en las respuestas y qué debería decir a la dirección gecousb@gmail.com